ECUACIONES DE 1º GRADO

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de 1º grado en función de los parámetros que llevan:

a) $3x + a = bx + 2(x - c)$

b) $b(3x - 4a) = a(3x + 4b)$

c) $a + b = \dfrac{x(b - a)}{b - x}$

d) $\dfrac{2x + a}{3} - 4 + \dfrac{a - x}{2} = \dfrac{7}{6}a$

e) $\dfrac{3x - a}{2x - b} = \dfrac{6x + b}{4x + a}$

Solución.

a. $3x + a = bx + 2(x - c)$. Para resolver la ecuación se quitan los paréntesis y se ordena separando las variables de los números.

$$3x + a = bx + 2(x - c) \ ; \ 3x + a = bx + 2x - 2c \ ; \ 3x - bx - 2x = -2c - a \ ; \ x - bx = -2c - a$$

$$x \cdot (1 - b) = -(2c + a) \ ; \ x = \frac{-(2c + a)}{1 - b} = \frac{a + 2c}{b - 1}$$

b. $b(3x - 4a) = a(3x + 4b)$. Se quitan los paréntesis y se ordenan los términos.

$$b(3x - 4a) = a(3x + 4b) \ ; \ 3bx - 4ab = 3ax + 4ab \ ; \ 3bx - 3ax = 4ab + 4ab$$

$$3x(b - a) = 8ab \ ; \ x = \frac{8ab}{3(b - a)}$$

c. $a + b = \dfrac{x(b - a)}{b - x}$ El denominador del Segundo miembro se pasa multiplicando al primer miembro, se opera y se ordena la ecuación para despejar x.

$$a + b = \frac{x(b - a)}{b - x} \ ; \ (a + b)\cdot(b - x) = x(b - a) \ ; \ ab - ax + b^2 - bx = bx - ax$$

$$-ax - bx - bx + ax = -ab - b^2 \ ; \ -2bx = -(ab + b^2) \ ; \ 2bx = ab + b^2$$

$$x = \frac{ab + b^2}{2b} = \frac{b(a + b)}{2b} = \frac{a + b}{2}$$

d. $\dfrac{2x + a}{3} - 4 + \dfrac{a - x}{2} = \dfrac{7}{6}a$ Se empieza por quitar denominadores multiplicando los dos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores, en este caso 6.

$$\frac{2x + a}{3} - 4 + \frac{a - x}{2} = \frac{7}{6}a \ ; \ 6\cdot\left(\frac{2x + a}{3} - 4 + \frac{a - x}{2}\right) = 6\cdot\frac{7}{6}a$$

$$2\cdot(2x + a) - 6\cdot 4 + 3\cdot(a - x) = 7a \ ; \ 4x + 2a - 24 + 3a - 3x = 7a \ ; \ 4x - 3x = 7a - 2a - 3a + 24$$

$$x = 2a + 24$$

e. $\dfrac{3x - a}{2x - b} = \dfrac{6x + b}{4x + a}$ Se quitan denominadores multiplicando en cruz y se ordena la ecuación.

$$\frac{3x - a}{2x - b} = \frac{6x + b}{4x + a} \ ; \ (3x - a)\cdot(4x + a) = (6x + b)\cdot(2x - b) \ ; \ 12x^2 + 3ax - 4ax - a^2 = 12x^2 - 6bx + 2bx - b^2$$

$$-ax - a^2 = -4bx - b^2 \ ; \ 4bx - ax = a^2 - b^2 \ : \ x\cdot(4b - a) = a^2 - b^2 \ ; \ x = \frac{a^2 - b^2}{4b - a}$$

ECUACIONES DE 2º GRADO

1º La resolver las siguientes ecuaciones de 2º grado

a) $3x(x+5)=2x^2-6x$

b) $(x+9)^2+(x-4)^2=x^2+57$

c) $(3x-4)(7x+2)=-12x-9$

d) $(2x+3)^2=3x^2+x-15$ Sol. –3 y –8

Solución.

a. $3x(x+5)=2x^2-6x$ Se quitan paréntesis y se ordena como una ecuación de 2º grado.

$$3x(x+5)=2x^2-6x\ ;\ 3x^2+15x=2x^2-6x\ ;\ x^2+21x=0\ ;\ x\cdot(x+21)=0:\begin{cases}x=0\\x+21=0:x=-21\end{cases}$$

b. $(x+9)^2+(x-4)^2=x^2+57$ Se desarrollan los cuadrados y se ordena como una ecuación de 2º grado.

$$(x+9)^2+(x-4)^2=x^2+57\ ;\ x^2+18x+81+x^2-8x+16=x^2+57$$

$x^2+10x+40=0$; Ecuación que no tiene solución por tener su discriminante negativo.

Discriminante: $\Delta=b^2-4ac=-60<0$

c. $(3x-4)(7x+2)=-12x-9$ Se multiplican los binomios del 1º miembro y se ordena la ecuación.

$$21x^2+6x-28x-8=-12x-9\ ;\ 21x^2-10x+1=0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado se hallan las soluciones.

$$21x^2-10x+1=0:\begin{cases}x_1=\dfrac{1}{7}\\x_2=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

d. $(2x+3)^2=3x^2+x-15$ Se desarrolla el cuadrado y se ordena la ecuación.

$$(2x+3)^2=3x^2+x-15\ ;\ (2x)^2+2\cdot2x\cdot3+3^2=3x^2+x-15$$

$$4x^2+12x+9=3x^2+x-15\ ;\ x^2+11x+24=0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado se hallan las soluciones.

$$x^2+11x+24=0:\begin{cases}x_1=-8\\x_2=-3\end{cases}$$

2º La suma de las raíces de la ecuación $x^2-(a+2)x+b=0$ vale –5 y su diferencia vale 7. Halla a y b.

Solución.

Si las raíces de la ecuación son x_1 y x_2, se dan dos datos que permiten plantear un sistema de ecuaciones cuya solución serán dichas raíces. Conocidas las raíces, sus valores cumplen la ecuación y se plantea de nuevo un sistema que permite calcular los parámetros a y b.

"La suma de las raíces de la ecuación vale –5"

$$x_1+x_2=-5$$

"La diferencia de las raíces de la ecuación vale 7"

$$x_1-x_2=7$$

$$\begin{cases}x_1+x_2=-5\\x_1-x_2=7\end{cases}$$

Sumando las ecuaciones se eliminan x_2 y se calcula x_1.

$$2x_1 = 2 \ : \ x_1 = 1$$

Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones se calcula x_2.

$$1 + x_2 = -5 \ : \ x_2 = -6$$

Sustituyendo las raíces en la ecuación.

$$x = -6:\ (-6)^2 - (a+2)(-6) + b = 0\ : 6a + b = -48$$

$$x = 1:\ 1^2 - (a+2)\cdot 1 + b = 0 : -a + b = 1$$

$$\begin{cases} 6a + b = -48 \\ -a + b = 1 \end{cases} : \begin{cases} 6a + 1 + a = -48 \\ b = 1 + a \end{cases} : \begin{cases} 7a = -49 \\ b = 1 + a \end{cases} : \begin{cases} a = -7 \\ b = 1 + (-7) \end{cases} : \begin{cases} a = -7 \\ b = -6 \end{cases}$$

La ecuación queda:

$$x^2 - (-7+2)x + (-6) = 0$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

3º Halla el valor de m para que la ecuación $25x^2 - 10x + m - 3 = 0$ tenga una raíz doble.

Solución.

Para que una ecuación de segundo grado tenga una solución doble, su discriminante $(\Delta = b^2 - 4ac)$ debe ser cero.

$$25x^2 - 10x + m - 3 = 0 : \begin{cases} a = 25 \\ b = -10 \\ c = m - 3 \end{cases} : \Delta = (-10)^2 - 4\cdot 25 \cdot (m-3) = 0$$

$$100 - 100(m-3) = 0 \ : \ 400 - 100m = 0 \ : \ m = \frac{400}{100} = 4$$

4º Una ecuación de segundo grado tiene una raíz igual a (−3) y el término independiente es 12. Calcular la otra raíz y escribe la ecuación.

Solución.

En una ecuación de segundo grado en la que el coeficiente del término cuadrático sea 1 (a = 1), el producto de las raíces el igual al término independiente.

El enunciado nos permite suponer que la ecuación de segundo grado que buscamos es de la forma:

$$x^2 + bx + c = 0$$

por lo tanto si denominamos x_2 a la raíz que no conocemos:

$$-3\cdot x_2 = 12 \ : \ x_2 = \frac{12}{-3} = -4$$

Conocidas las raíces se puede escribir la ecuación factorizada y operando el producto se llaga a la expresión buscada.

$$(x+4)\cdot(x+3) = 0 \ : \ x^2 + 3x + 4x + 12 = 0 \ : \ x^2 + 7x + 12 = 0$$

5º Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

a) $\dfrac{1}{x-1} + 3x = 7$

Solución.

Se suma el primer miembro y se pasa el denominador al segundo miembro multiplicando, se ordena y se obtiene una ecuación de segundo grado.

$$\frac{1+3x\cdot(x-1)}{x-1}=7\ :\ 1+3x^2-3x=7\cdot(x-1):\ 3x^2-3x+1=7x-7$$

$$3x^2-10x+8=0\ :\ x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot3\cdot8}}{2\cdot3}=\frac{10\pm2}{6}:\begin{cases}x=2\\ x=4/3\end{cases}$$

b) $\dfrac{6}{x+5}+8x=9$

Solución.

Se suma el primer miembro y se pasa el denominador al segundo miembro multiplicando, se ordena y se obtiene una ecuación de segundo grado.

$$\frac{6+8x\cdot(x+5)}{x+5}=9\ :\ 6+8x^2+40x=9\cdot(x+5)\ :\ 8x^2+40x+6=9x+45$$

$$8x^2+31x-39=0\ :\ x=\frac{-31\pm\sqrt{31^2-4\cdot8\cdot(-39)}}{2\cdot8}=\frac{-31\pm47}{16}:\begin{cases}x=1\\ x=-39/8\end{cases}$$

c) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{7}{2}$

Solución.

Se suma el primer miembro y se pasan los denominadores multiplicando en cruz, se ordena y se obtiene una ecuación de segundo grado.

$$\frac{1\cdot(x-3)+3\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x-3)}=\frac{7}{2}\ :\ \frac{x-3+3x-6}{x^2-3x-2x+6}=\frac{7}{2}\ :\ \frac{4x-9}{x^2-5x+6}=\frac{7}{2}$$

$$(4x-9)\cdot2=7\cdot\left(x^2-5x+6\right):\ 8x-18=7x^2-35x+42\ :\ 7x^2-43x+60=0$$

$$7x^2-43x+60=0\ :\ x=\frac{-(-43)\pm\sqrt{(-43)^2-4\cdot7\cdot60}}{2\cdot7}=\frac{43\pm13}{14}:\begin{cases}x=4\\ x=\dfrac{15}{7}\end{cases}$$

d) $\dfrac{5}{x-2}+\dfrac{x-6}{(x-2)^2}=2$

Solución.

Se suman las fracciones y se pasa el denominador al 2º miembro de la ecuación.

$$\frac{5}{x-2}+\frac{x-6}{(x-2)^2}=2\ :\ \frac{5\cdot(x-2)+1\cdot(x-6)}{(x-2)^2}=2\ :\ 5\cdot(x-2)+1\cdot(x-6)=2\cdot(x-2)^2$$

$$5x-10+x-6=2\cdot\left(x^2-4x+4\right):\ 5x-10+x-6=2x^2-8x+8\ :\ 2x^2-14x+24=0$$

$$2\cdot\left(x^2-7x+12\right)=0\ :\ x^2-7x+12=0\ :\ x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot1\cdot12}}{2\cdot1}=\frac{7\pm1}{2}:\begin{cases}x=4\\ x=3\end{cases}$$

e) $\dfrac{4}{3\left(x^2-1\right)}+\dfrac{5}{9}=\dfrac{5}{x+1}-\dfrac{2}{3}$

Solución.

Se multiplica toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{4}{3\cdot(x+1)(x-1)}+\frac{5}{3^2}=\frac{5}{x+1}-\frac{2}{3}\ :\ \text{m.c.m.}=3^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)$$

$$3^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)\frac{4}{3\cdot(x+1)(x-1)}+3^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)\frac{5}{3^2}=3^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)\frac{5}{x+1}-3^2\cdot(x-1)\cdot(x+1)\frac{2}{3}$$

Se opera y se simplifica:

$$3\cdot 4+(x-1)\cdot(x+1)\cdot 5=3^2\cdot(x-1)\cdot 5-3\cdot(x-1)\cdot(x+1)\cdot 2$$

$$12+5\cdot\left(x^2-1\right)=45\cdot(x-1)-6\cdot\left(x^2-1\right)\ :\ 12+5x^2-5=45x-45-6x^2+6$$

$$11x^2-45x+46=0:\ x=\frac{-(-45)\pm\sqrt{(-45)^2-4\cdot 11\cdot 46}}{2\cdot 11}=\frac{45\pm 1}{22}:\begin{cases}x=\frac{23}{11}\\ x=2\end{cases}$$

f) $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{40}{x^2-4}$

Solución.

Se multiplica toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{40}{(x-2)\cdot(x+2)}\ :\ \text{m.c.m.}=(x-2)\cdot(x+2)$$

$$(x-2)\cdot(x+2)\frac{x-2}{x+2}+(x-2)\cdot(x+2)\frac{x+2}{x-2}=(x-2)\cdot(x+2)\frac{40}{(x-2)\cdot(x+2)}$$

$$(x-2)\cdot(x-2)+(x+2)\cdot(x+2)=40\ :\ (x-2)^2+(x+2)^2=40$$

$$x^2-4x+4+x^2+4x+4=40\ :\ 2x^2+8=40\ :\ 2x^2=32\ :\ x^2=16\ :\ x=\pm\sqrt{16}=\pm 4$$

g) $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=\frac{3}{x}-\frac{x}{3}$

Solución.

Se multiplica toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=\frac{3}{x}+\frac{x}{3}\ :\ \text{m.c.m.}=2\cdot 3\cdot x$$

$$2\cdot 3\cdot x\frac{x}{2}+2\cdot 3\cdot x\frac{2}{x}=2\cdot 3\cdot x\frac{3}{x}+2\cdot 3\cdot x\frac{x}{3}\ :\ 3x^2+12=18+2x^2\ :\ x^2=6\ :\ x=\pm\sqrt{6}$$

h) $\frac{4x+2}{x^2+2x+1}+\frac{3}{2}=\frac{x+5}{x+1}$

Solución.

Se factoriza el denominado de la primera fracción, y se multiplica toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{4x+2}{(x+1)^2}+\frac{3}{2}=\frac{x+5}{x+1}\ :\ \text{m.c.m.}=2\cdot(x+1)^2$$

$$2\cdot(x+1)^2\frac{4x+2}{(x+1)^2}+2\cdot(x+1)^2\frac{3}{2}=2\cdot(x+1)^2\frac{x+5}{x+1}$$

Se simplifica, se opera y se ordena como una ecuación de 2º grado.

$$2\cdot(4x+2)+(x+1)^2\cdot 3=2\cdot(x+1)\cdot(x+5)\ :\ 8x+4+3\cdot\left(x^2+2x+1\right)=2\cdot\left(x^2+5x+x+5\right)$$

$$8x+4+3x^2+6x+3=2\cdot\left(x^2+6x+5\right):\ 3x^2+14x+7=2x^2+12x+10$$

$$x^2+2x-3=0\ :\ x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}=\frac{-2\pm 4}{2}:\begin{cases}x=1\\ x=-3\end{cases}$$

i) $\frac{3}{x+1}-\frac{6}{x+4}=\frac{-2}{4x-8}$

Solución.

Antes de empezar a resolver la ecuación se simplifica la fracción del segundo miembro.

$$\frac{3}{x+1}-\frac{6}{x+4}=\frac{-2}{4\cdot(x-2)} : \frac{3}{x+1}-\frac{6}{x+4}=\frac{-1}{2\cdot(x-2)}$$

Se multiplica toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.
m.c.m. $= 2\cdot(x+1)\cdot(x+4)\cdot(x-2)$

$$2\cdot(x+1)\cdot(x+4)\cdot(x-2)\frac{3}{x+1}-2\cdot(x+1)\cdot(x+4)\cdot(x-2)\frac{6}{x+4}=2\cdot(x+1)\cdot(x+4)\cdot(x-2)\frac{-1}{2\cdot(x-2)}$$

$$2\cdot(x+4)\cdot(x-2)\cdot 3-2\cdot(x+1)\cdot(x-2)\cdot 6=(x+1)\cdot(x+4)\cdot(-1)$$

$$6\cdot\left(x^2-2x+4x-8\right)-12\cdot\left(x^2-2x+x-2\right)=-1\cdot\left(x^2+4x+x+4\right)$$

$$6\cdot\left(x^2-2x+4x-8\right)-12\cdot\left(x^2-2x+x-2\right)=-1\cdot\left(x^2+4x+x+4\right)$$

$$6\cdot\left(x^2+2x-8\right)-12\cdot\left(x^2-x-2\right)=-1\cdot\left(x^2+5x+4\right)$$

$$6x^2+12x-48-12x^2+12x+24=-x^2-5x-4 : -6x^2+24x-24=-x^2-5x-4$$

$$-5x^2+29x-20=0 : -\left(5x^2-29x+20\right)=0 : 5x^2-29x+20=0$$

$$x=\frac{-(-29)\pm\sqrt{(-29)^2-4\cdot 5\cdot 20}}{2\cdot 5}=\frac{29\pm 21}{10}:\begin{cases} x=5 \\ x=\dfrac{4}{5}\end{cases}$$

j) $\dfrac{x+1}{3x-2}+\dfrac{2x+1}{x+5}=\dfrac{3}{2}$

Solución.

Se suma el primer miembro y se pasan los denominadores multiplicando en cruz, se ordena y se obtiene una ecuación de segundo grado.

$$\frac{(x+1)\cdot(x+5)+(2x+1)\cdot(3x-2)}{(3x-2)\cdot(x+5)}=\frac{3}{2} : \frac{x^2+5x+x+5+6x^2-4x+3x-2}{3x^2+15x-2x-10}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{7x^2+5x+3}{3x^2+13x-10}=\frac{3}{2} : 2\cdot\left(7x^2+5x+3\right)=3\cdot\left(3x^2+13x-10\right) : 14x^2+10x+6=9x^2+39x-30$$

$$5x^2-29x+36=0 : x=\frac{-(-29)\pm\sqrt{(-29)^2-4\cdot 5\cdot 36}}{2\cdot 5}=\frac{29\pm 11}{10}:\begin{cases} x=4 \\ x=\dfrac{9}{5}\end{cases}$$

ECUACIONES BICUADRADAS

a) $x^4-5x^2+4=0$

Solución.

$$x^4-5x^2+4=0:\left\{\begin{matrix} x^2=t \\ x^4=t^2\end{matrix}\right\}:t^2-5t+4=0:t=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}:\begin{cases} t=4 \\ t=1\end{cases}$$

$$\begin{cases} t=4=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \\ t=1=x^2 \Rightarrow x=\pm\sqrt{1}=\pm 1\end{cases}$$

b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

Solución.

$$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0 : \left\{\begin{matrix} x^2 = t \\ x^4 = t^2 \end{matrix}\right\} : 4t^2 - 5t + 1 = 0 : t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm 3}{8}$$

$$\left\{\begin{matrix} t = 1 \\ t = \frac{1}{4} \end{matrix}\right. : t = x^2 : \left\{\begin{matrix} x^2 = 1 : x = \pm\sqrt{1} = \pm 1 \\ x^2 = \frac{1}{4} : x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2} \end{matrix}\right.$$

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

Solución.

$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0 : \left\{\begin{matrix} x^2 = t \\ x^4 = t^2 \end{matrix}\right\} : t^2 - 8t - 9 = 0 : t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{8 \pm 10}{2} : \left\{\begin{matrix} t = 9 \\ t = -1 \end{matrix}\right. : t = x^2 : \left\{\begin{matrix} x^2 = 9 : x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \\ x^2 = -1 : x \notin R \end{matrix}\right.$$

d) $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$

$$x^6 + 7x^3 - 8 = 0 : \left\{\begin{matrix} x^3 = t \\ x^6 = t^2 \end{matrix}\right\} : t^2 + 7t - 8 = 0 : t = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-7 \pm 9}{2} : \left\{\begin{matrix} t = 1 \\ t = -8 \end{matrix}\right. : t = x^3 : \left\{\begin{matrix} x^3 = 1 : x = \sqrt[3]{1} = 1 \\ x^3 = -8 : x = \sqrt[3]{-8} = -2 \end{matrix}\right.$$

ECUACIONES IRRACIONALES

1. $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se eleva al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$x - \sqrt{25 - x^2} = 1 \ : \ x - 1 = \sqrt{25 - x^2} \ : \ (x-1)^2 = \left(\sqrt{25 - x^2}\right)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2 \ : \ 2x^2 - 2x - 24 = 0 \ : \ 2 \cdot \left(x^2 - x - 12\right) = 0$$

Ecuación que tiene por soluciones: $x = -3$ y $x = 4$

Comprobando, solo la segunda tiene validez

$$4 - \sqrt{25 - 4^2} = 1 \to 4 - \sqrt{9} = 1 \to 4 - 3 = 1$$

2. $\sqrt{x^2 - 13} = 13 - x$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se eleva al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$\left(\sqrt{x^2 - 13}\right)^2 = (13 - x)^2 : \ x^2 - 13 = 13^2 - 26x + x^2$$

Simplificando los cuadrados y despejando la x

$$x = \frac{13^2 + 13}{26} = 7$$

Comprobación

$$\sqrt{7^2 - 13} = 13 - 7 \to \sqrt{36} = 6$$

3. $\sqrt{x^2 - 3} + x - 3 = 0$

Solución.

$$\sqrt{x^2 - 3} = 3 - x \ : \ \left(\sqrt{x^2 - 3}\right)^2 = (3 - x)^2 \ : \ x^2 - 3 = 3^2 - 6x + x^2$$

Simplificando los cuadrados y despejando la x

$$6x = 12 \ : \ x = 2$$

Comprobación

$$\sqrt{2^2 - 3} + 2 - 3 = 0 \to \sqrt{1} - 1 = 0$$

4. $x = 2 - \sqrt{x^2 - 2}$

Solución.

$$\sqrt{x^2 - 2} = 2 - x \ : \ \left(\sqrt{x^2 - 2}\right)^2 = (2 - x)^2 : \ x^2 - 2 = 2^2 - 4x + x^2 \ : \ 4x = 6 \ : \quad x = \frac{3}{2}$$

Comprobación

$$\frac{3}{2} = 2 - \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2} \to \frac{3}{2} = 2 - \sqrt{\frac{1}{4}}$$

5. $x-\sqrt{2x-1}=1-x$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se elevan al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$x-\sqrt{2x-1}=1-x\ :\ 2x-1=\sqrt{2x-1}\ :\ (2x-1)^2=\left(\sqrt{2x-1}\right)^2$$

$$4x^2-4x+1=2x-1\ :\ 4x^2-6x+2=0\ :\ 2\cdot\left(2x^2-3x+1\right)=0\ :\ 2x^2-3x+1=0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado se obtienen dos soluciones y se comprueban.

$$\begin{cases} x=1.\ \text{Comprobación}: 1-\sqrt{2\cdot 1-1}=1-1;\ 0=0.\ \text{Válida} \\ x=\dfrac{1}{2}.\ \text{Comprobación}: \dfrac{1}{2}-\sqrt{2\cdot\dfrac{1}{2}-1}=1-\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}.\ \text{Válida} \end{cases}$$

6. $\sqrt{5x+6}-2x=3$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se elevan al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$\sqrt{5x+6}-2x=3\ :\ \sqrt{5x+6}=3+2x\ :\ \left(\sqrt{5x+6}\right)^2=(3+2x)^2\ :\ 5x+6=9+12x+4x^2$$

$$4x^2+7x+3=0\ :\ \begin{cases} x=\dfrac{-3}{4}.\ \text{Comprobación}: \sqrt{5\cdot\left(\dfrac{-3}{4}\right)+6}-2\cdot\left(\dfrac{-3}{4}\right)=3:\ 3=3.\ \text{Válida} \\ x=-1.\ \text{Comprobación}: \sqrt{5\cdot(-1)+6}-2\cdot(-1)=3:\ 3=3.\ \text{Válida} \end{cases}$$

7. $x+\sqrt{7-3x}=1$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se elevan al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$\sqrt{7-3x}=1-x\ :\ \left(\sqrt{7-3x}\right)^2=(1-x)^2\ :\ 7-3x=1-2x+x^2\ :\ x^2+x-6=0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado se obtienen dos soluciones y se comprueban.

$$\begin{cases} x=-3.\ \text{Comprobación}: -3+\sqrt{7-3\cdot(-3)}=1: 1=1.\ \text{Válida} \\ x=2.\ \text{Comprobación}: 2+\sqrt{7-3\cdot 2}=1: 3\neq 1.\ \text{No válida} \end{cases}$$

8. $\sqrt{3x+4}+2x-4=0$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se elevan al cuadrado los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$\sqrt{3x+4}=4-2x\ :\ \left(\sqrt{3x+4}\right)^2=(4-2x)^2\ :\ 3x+4=16-16x+4x^2\ :\ 4x^2-19x+12=0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado se obtienen dos soluciones y se comprueban.

$$\begin{cases} x=4.\ \text{Comprobación}: \sqrt{3\cdot 4+4}+2\cdot 4-4=0: 8\neq 0.\ \text{No válida} \\ x=\dfrac{3}{4}.\ \text{Comprobación}: \sqrt{3\cdot\dfrac{3}{4}+4}+2\cdot\dfrac{3}{4}-4=0: 0=0.\ \text{Válida} \end{cases}$$

9. $\sqrt[3]{x^2-28}+3=0$

Solución.

Por tener solo un radical, se deja solo en un miembro, se elevan al cubo los dos miembros de la ecuación para quitar la raíz y se ordena la ecuación.

$$\sqrt[3]{x^2-28}=-3\ :\ \left(\sqrt[3]{x^2-28}\right)^3=(-3)^3\ :\ x^2-28=-27\ :\ x^2=1\ :\ x=\pm 1$$

$$\text{Comprobación: }\begin{cases} x=-1:\sqrt[3]{(-1)^2-28}+3=0:\sqrt[3]{-27}+3=0:0=0.\text{ Válida} \\ x=1:\sqrt[3]{1^2-28}+3=0:\sqrt[3]{-27}+3=0:0=0.\text{ Válida}\end{cases}$$

10. $\sqrt{x+\sqrt{x+8}}=2$

Solución.

Se eleva al cuadrado los dos miembros y se quita una primera raíz. Se ordena para dejar sola la raíz que queda y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{x+8}}\right)^2=2^2\ :\ x+\sqrt{x+8}=4\ :\ \sqrt{x+8}=4-x\ :\ \left(\sqrt{x+8}\right)^2=(4-x)^2$$

$$x+8=4^2-2\cdot 4\cdot x+x^2\ :\ x^2-9x+8=0\ :\ x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\cdot 1\cdot 8}}{2\cdot 1}=\frac{9\pm 7}{2}$$

$$\text{Comprobación: }\begin{cases} x=8:\sqrt{8+\sqrt{8+8}}=\sqrt{8+\sqrt{16}}=\sqrt{8+4}=\sqrt{12}\neq 2.\text{ No válida} \\ x=1:\sqrt{1+\sqrt{1+8}}=\sqrt{1+\sqrt{9}}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2.\text{ Válida}\end{cases}$$

11. $\sqrt{2-5x}+x\sqrt{3}=0$

Solución.

Se deja sola la raíz que lleva la x y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{2-5x}=-\sqrt{3}\,x\ :\ \left(\sqrt{2-5x}\right)^2=\left(-\sqrt{3}\,x\right)^2\ :\ 2-5x=3x^2\ :\ 3x^2+5x-2=0$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 3\cdot(-2)}}{2\cdot 3}=\frac{-5\pm 7}{6}:\begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ x=-2\end{cases}$$

$$\text{Comprobación: }\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}:\sqrt{2-5\cdot\dfrac{1}{3}}+\dfrac{1}{3}\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\neq 0.\text{ No válida} \\ x=-2:\sqrt{2-5\cdot(-2)}+(-2)\sqrt{3}=\sqrt{12}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}=0.\text{ Válida}\end{cases}$$

12. $\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x+1}=0$

Solución.

Se separa las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{x^2+x}=\sqrt{x+1}\ :\ \left(\sqrt{x^2+x}\right)^2=\left(\sqrt{x+1}\right)^2\ :\ x^2+x=x+1\ :\ x^2=1\ :\ x=\pm 1$$

$$\text{Comprobación: }\begin{cases} x=1:\sqrt{1^2+1}-\sqrt{1+1}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0.\text{ Válida} \\ x=-1:\sqrt{(-1)^2+(-1)}-\sqrt{(-1)+1}=\sqrt{0}-\sqrt{0}=0.\text{ Válida}\end{cases}$$

13. $\sqrt{2x}-\sqrt{3-x}=0$

Solución.

Se separa las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{2x}=\sqrt{3-x}\ :\ \left(\sqrt{2x}\right)^2=\left(\sqrt{3-x}\right)^2\ :\ 2x=3-x\ :\ 3x=3\ :\ x=1$$

Comprobación: $\sqrt{2\cdot 1}-\sqrt{3-1}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$. Válida

14. $\sqrt{x^2+7x}-2\sqrt{3x+21}=0$

Solución.

Se separa las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{x^2+7x}=2\sqrt{3x+21}\ :\ \left(\sqrt{x^2+7x}\right)^2=\left(2\sqrt{3x+21}\right)^2\ :\ x^2+7x=2^2\cdot\left(\sqrt{3x+21}\right)^2$$

$$x^2+7x=4\cdot(3x+21)\ :\ x^2+7x=12x+84\ :\ x^2-5x-84=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot(-84)}}{2\cdot 1}=\frac{5\pm 19}{2}:\begin{cases}x=12\\ x=-7\end{cases}$$

Comprobación: $\begin{cases}x=12:\sqrt{12^2+7\cdot 12}-2\sqrt{3\cdot 12+21}=\sqrt{228}-2\sqrt{57}=2\sqrt{57}-2\sqrt{57}=0.\text{ Válida}\\ x=-7:\sqrt{(-7)^2+7\cdot(-7)}-2\sqrt{3\cdot(-7)+21}=\sqrt{0}-2\sqrt{0}=0.\text{ Válida}\end{cases}$

15. $\sqrt{2x}+\sqrt{5x-6}=4$

Solución.

Se separan las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{5x-6}=4-\sqrt{2x}\ :\ \left(\sqrt{5x-6}\right)^2=\left(4-\sqrt{2x}\right)^2\ :\ 5x-6=4^2-2\cdot 4\cdot\sqrt{2x}+\left(\sqrt{2x}\right)^2$$

$$5x-6=16-8\sqrt{2x}+2x$$

Se deja sola la raíz y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$8\sqrt{2x}=22-3x\ :\ \left(8\sqrt{2x}\right)^2=(22-3x)^2\ :\ 8^2\left(\sqrt{2x}\right)^2=22^2-2\cdot 22\cdot 3x+(3x)^2$$

$$64\cdot 2x=484-132x+9x^2:\ 9x^2-260x+484=0\ :\ x=\frac{-(-260)\pm\sqrt{(-260)^2-4\cdot 9\cdot 484}}{2\cdot 9}$$

$$x=\frac{260\pm 224}{18}\ :\ \begin{cases}x=\dfrac{242}{9}\\ x=2\end{cases}$$

Comprobación:

$$\begin{cases}x=\dfrac{242}{9}:\sqrt{2\cdot\dfrac{242}{9}}+\sqrt{5\cdot\dfrac{242}{9}-6}=\dfrac{22}{3}+\dfrac{34}{3}\neq 4\text{ No válida}\\ x=2:\sqrt{2\cdot 2}+\sqrt{5\cdot 2-6}=2+2=4\text{ Válida}\end{cases}$$

16. $2\sqrt{x-4}+\sqrt{2x+26}=8$

Solución.

Se separan las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{2x+26}=8-2\sqrt{x-4}\ :\ \left(\sqrt{2x+26}\right)^2=\left(8-2\sqrt{x-4}\right)^2\ :\ 2x+26=8^2-2\cdot 8\cdot 2\sqrt{x-4}+\left(2\sqrt{x-4}\right)^2$$

$$2x+26=64-32\sqrt{x-4}+2^2\left(\sqrt{x-4}\right)^2\ :\ 2x+26=64-32\sqrt{x-4}+4(x-4)$$

$$32\sqrt{x-4}=2x+22\ :\ 16\sqrt{x-4}=x+11\ :\ \left(16\sqrt{x-4}\right)^2=(x+11)^2$$

$$16^2\left(\sqrt{x-4}\right)^2=x^2+2\cdot 11\cdot x+11^2\ :\ 256\cdot(x-4)=x^2+22x+121$$

$$x^2-234x+1145=0\ :\ \begin{cases}x=229\\ x=5\end{cases}$$

Comprobación:

$$\begin{cases}x=229: 2\sqrt{229-4}+\sqrt{2\cdot 229+26}=2\cdot 15+22\neq 8 \text{ No válida}\\ x=5: 2\sqrt{5-4}+\sqrt{2\cdot 5+26}=2\cdot 1+6=8 \text{ Válida}\end{cases}$$

17. $4\sqrt{x-5}-3\sqrt{x+7}=-4$

Solución.

Se separan las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\left(4\sqrt{x-5}+4\right)^2=\left(3\sqrt{x+7}\right)^2$$

$$4^2\left(\sqrt{x-5}\right)^2+2\cdot 4\sqrt{x-5}\cdot 4+4^2=3^2\left(\sqrt{x+7}\right)^2$$

Simplificando

$$16\cdot(x-5)+32\sqrt{x-5}+16=9\cdot(x+7)$$

$$16x-64+32\sqrt{x-5}=9x+63$$

Se deja sola la raíz y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$\left(32\sqrt{x-5}\right)^2=(127-7x)^2$$

$$32^2\left(\sqrt{x-5}\right)^2=127^2-2\cdot 127\cdot 7x+7^2x^2$$

$$1024(x-5)=16129-1778x+49x^2$$

$$49x^2-2802x+21249=0$$

$$x=\frac{-(-2802)\pm\sqrt{(-2802)^2-4\cdot 49\cdot 21249}}{2\cdot 49}=\frac{2802\pm 1920}{2\cdot 49}:\begin{cases}x=9\\ x=\dfrac{2361}{9}\end{cases}$$

Comprobación:

$$x=9:\ 4\sqrt{9-5}-3\sqrt{9+7}=4\cdot 2-3\cdot 4=8-12=-4 \text{ Válida}$$

$$x=\frac{2361}{49}:\ 4\sqrt{\frac{2361}{49}-5}-3\sqrt{\frac{2361}{49}+7}=4\sqrt{\frac{2116}{49}}-3\sqrt{\frac{2704}{49}}=4\frac{46}{7}-3\frac{52}{7}=4\neq -4 \text{ No válida}$$

18. $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}=6$

Solución.

Se separan las raíces y se eleva al cuadrado.

$$\sqrt{2x-1}=6-\sqrt{x+4}\ :\ \left(\sqrt{2x-1}\right)^2=\left(6-\sqrt{x+4}\right)^2\ :\ 2x-1=6^2-2\cdot 6\cdot\sqrt{x+4}+\left(\sqrt{x+4}\right)^2$$

$$2x-1=36-12\sqrt{x+4}+x+4$$

Se deja sola la raíz y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$12\sqrt{x+4}=41-x\ :\ \left(12\sqrt{x+4}\right)^2=(41-x)^2\ :\ 12^2\left(\sqrt{x+4}\right)^2=41^2-2\cdot 41\cdot x+x^2$$

$$144\cdot(x+4)=1681-82x+x^2\ :\ x^2-226x+1105=0\ :\ x=\frac{-(-226)\pm\sqrt{(-226)^2-4\cdot 1\cdot 1105}}{2\cdot 1}$$

$$x=\frac{226\pm 216}{2}\ :\ \begin{cases}x=221\\ x=5\end{cases}$$

Comprobación:

$$x=221: \sqrt{2\cdot 221-1}+\sqrt{221+4}=21+15=36\neq 6 \text{ No válida}$$

$$x=5: \sqrt{2\cdot 5-1}+\sqrt{5+4}=3+3=6 \text{ Válida}$$

19. $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}=5$

Solución.

Se separan las raíces y se eleva al cuadrado

$$\sqrt{x+3}=5-\sqrt{x-2}\ :\ \left(\sqrt{x+3}\right)^2=\left(5-\sqrt{x-2}\right)^2\ :\ x+3=5^2-2\cdot 5\cdot\sqrt{x-2}+\left(\sqrt{x-2}\right)^2$$

$$x+3=25-10\sqrt{x-2}+x-2$$

Se deja sola la raíz, se simplifica y se vuelve a elevar al cuadrado.

$$10\sqrt{x-2}=20\ :\ \sqrt{x-2}=2\ :\ \left(\sqrt{x-2}\right)^2=2^2\ :\ x-2=4\ : x=6$$

Comprobación: $\sqrt{6+3}+\sqrt{6-2}=\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5$ Válida

20. $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}=\sqrt{3x-8}$

Solución.

Como no se pueden separar más las raíces, se eleva al cuadrado la ecuación.

$$\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}\right)^2=\left(\sqrt{3x-8}\right)^2\ :\ \left(\sqrt{2x+1}\right)^2-2\cdot\sqrt{2x+1}\cdot\sqrt{x-3}+\left(\sqrt{x-3}\right)^2=3x-8$$

$$2x+1-2\sqrt{(2x+1)\cdot(x-3)}+x-3=3x-8\ :\ 3x-2-2\sqrt{2x^2-6x+x-3}=3x-8$$

$$6=2\sqrt{2x^2-5x-3}\ :\ 3=\sqrt{2x^2-5x-3}$$

Se vuelve a elevar al cuadrado y se resuelve la ecuación:

$$3^2=\left(\sqrt{2x^2-5x-3}\right)^2\ :\ 9=2x^2-5x-3\ :\ 2x^2-5x-12=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot -12}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm 11}{4}:\begin{cases}x=4\\ x=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$$

Comprobación:

$$x=4:\sqrt{2\cdot 4+1}-\sqrt{4-3}=\sqrt{3\cdot 4-8}:\ \sqrt{9}-\sqrt{1}=\sqrt{4}:\ 3-1=2\text{ Válida}$$

$$x=-\frac{3}{2}:\sqrt{2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+1}-\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)-3}=\sqrt{3\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)-8}:\ \sqrt{-2}-\sqrt{-\frac{9}{2}}=\sqrt{-11}\ \text{ No válida}$$